



Конкурс творческих проектов по математике

Авторская методическая разработка

Замечательные кривые

Агеева Алёна Михайловна

Учитель математики

МКОУ «СШ №10»

ЭЛЛИПС

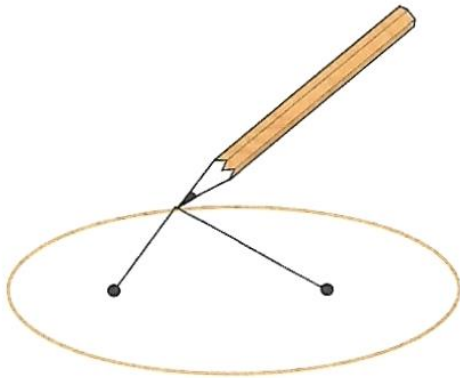
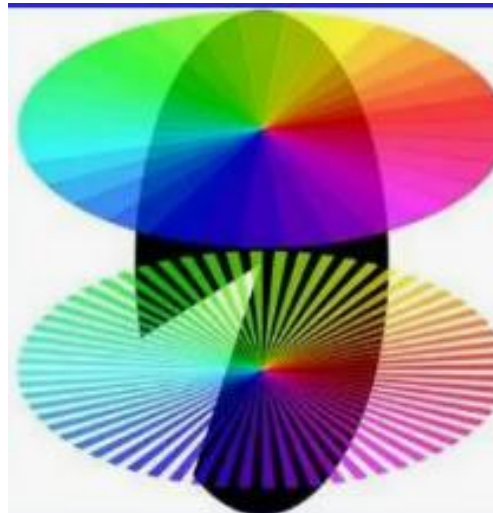
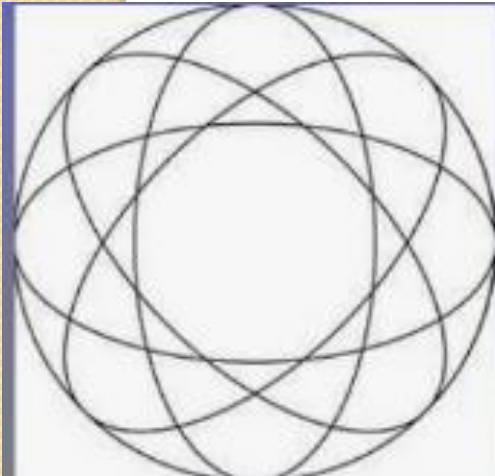


рис.1

Возьмите плотный лист бумаги, прикрепите к нему в двух точках нитку и натяните карандашом эту нитку. Нарисуйте линию, двигая карандаш и натягивая нитку (рис.1)

Получаем линию, которая называется
ЭЛЛИПСОМ.

Все точки эллипса обладают
одним **свойством:**

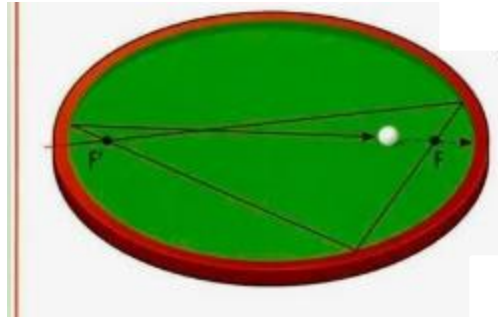


→ Сумма расстояний от них до двух заданных точек плоскости (эти точки называются **ФОКУСАМИ** эллипса) постоянна.

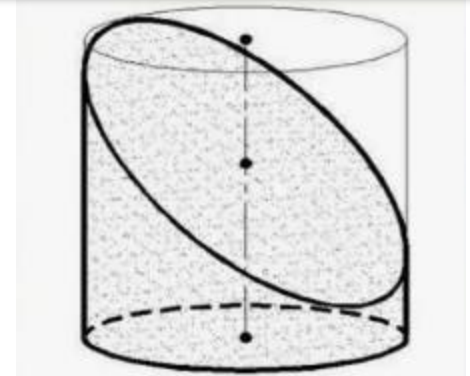
→ Окружность — частный случай эллипса, она получается, если фокусы эллипса совпадают.

Шепчущие галереи

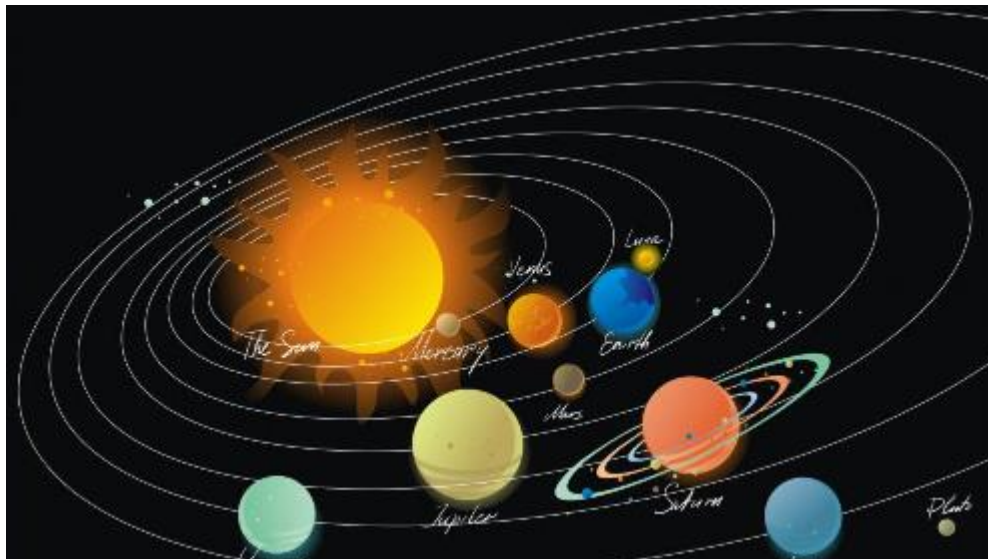
В Вашингтоне появились так называемые «шепчущие потолки», имеющие форму эллипсоида, позволяют людям стоящим в точках фокуса, разговаривать шепотом, и они будут слышать друг друга вне зависимости от того, как будет шумно в помещении.



Эллиптический бильярд



Разрез наискосок колбасы



Движение планет по эллиптическим орбитам, причем Солнце находится в одном из фокусов

ГИПЕРБОЛА

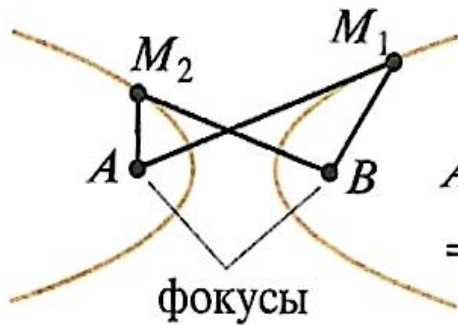


рис.2

$$AM_1 - M_1B = \\ = BM_2 - M_2A$$

→ Гипербола — это линия, для всех точек которой разность расстояний до двух заданных точек плоскости (фокусов гиперболы) есть величина постоянная

ПАРАБОЛА

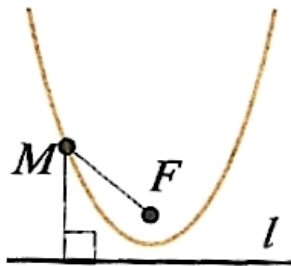


рис.3

Возьмем на плоскости прямую l и точку F (рис.3). Рассмотрим теперь такие точки M на плоскости, которые равноудалены от точки F и от прямой l . Такие точки M описывают замечательную кривую, которая называется **параболой**.

**Гипербола
и
парабола
в жизни**



КОНУС

→ Все только что рассмотренные линии (эллипс, гипербола и парабола) объединяются общим свойством. Каждая из них может быть получена при пересечении конуса плоскостью.

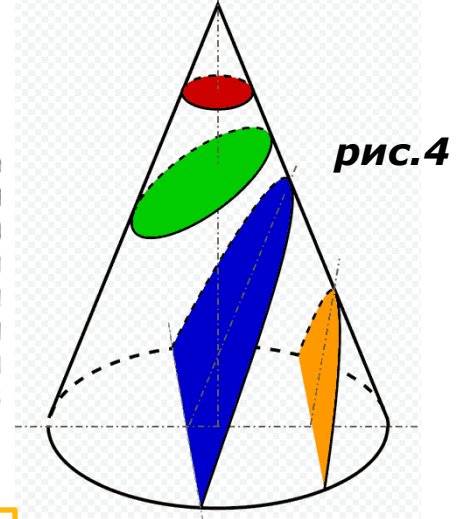


рис.4

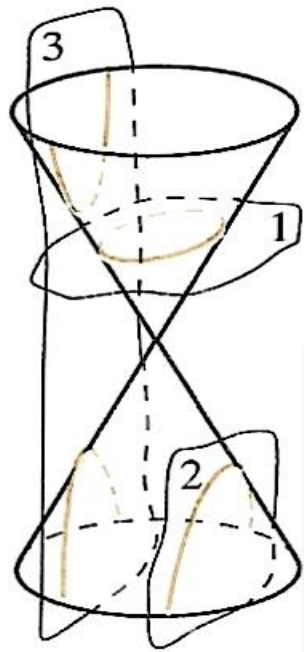


рис.5

Возьмем окружность и точку над её центром (вершина конуса). Соединяем всевозможные точки окружности с вершиной и получаем **коническую поверхность**.

Конус можно пересечь плоскостью по окружности (рис.5). Если плоскость сечения наклонять, то получим эллипс (**плоскость 1**). Увеличивая наклон плоскости, получаем все более вытянутые эллипсы. В конце концов эллипс превратится в параболу. При этом мы по-прежнему сечением задеваем лишь одну «полу» конуса (**плоскость 2**). Наклоняя плоскость дальше, мы пересекаем и вторую «полу». Появятся две ветви, парабола перейдет в гиперболу (**плоскость 3**).

Конус в жизни



СПИРАЛЬ АРХИМЕДА

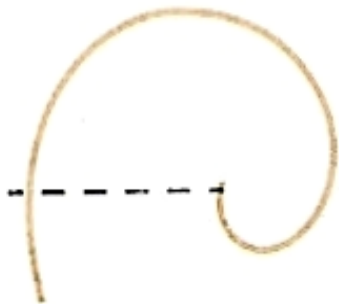


рис.6

Пусть по радиусу равномерно вращающегося диска с постоянной скоростью ползет муравей. Проползая вперед, он одновременно смещается в сторону вращения диска. Таким образом, путь муравья представляет собой кривую (рис.6). Она называется **спиралью Архимеда**.



Спираль торнадо



**Использование шнека
для передвижения**



**Звуковая дорожка
на грампластинке**

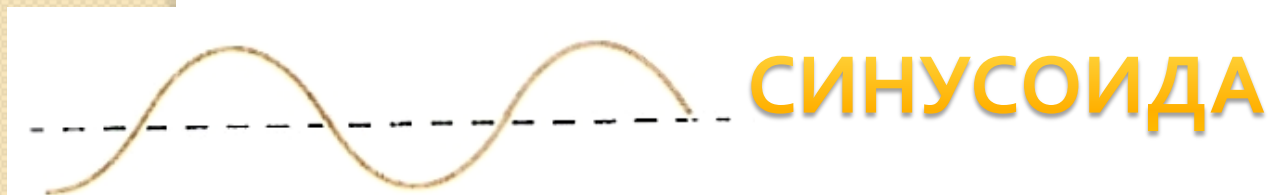
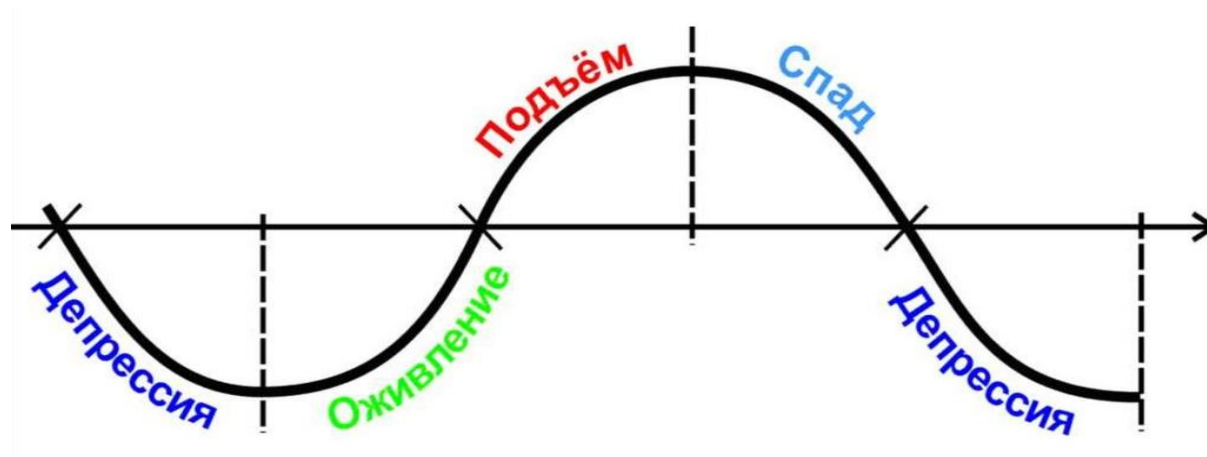


рис.7

Сделайте из плотной бумаги, свернув её несколько раз, трубочку. Разрежьте эту трубочку наклонно. Если трубочку не разворачивать, то в сечении будет эллипс. Какую линию образует разрез, если свернуть одну из частей трубочки? Перерисуйте эту линию на лист бумаги (рис.7).

Получится одна из замечательных кривых, называемая **синусоидой**.



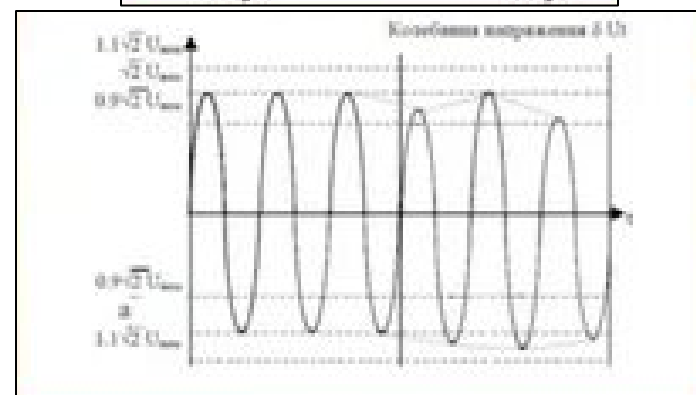
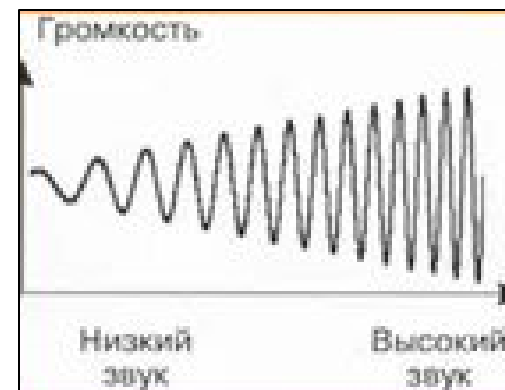
Синусоида в природе



Синусоида в медицине



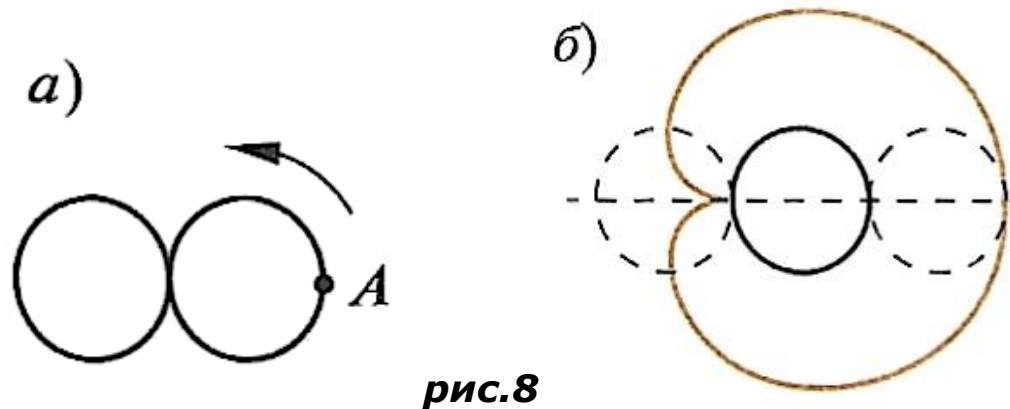
Синусоида в физике

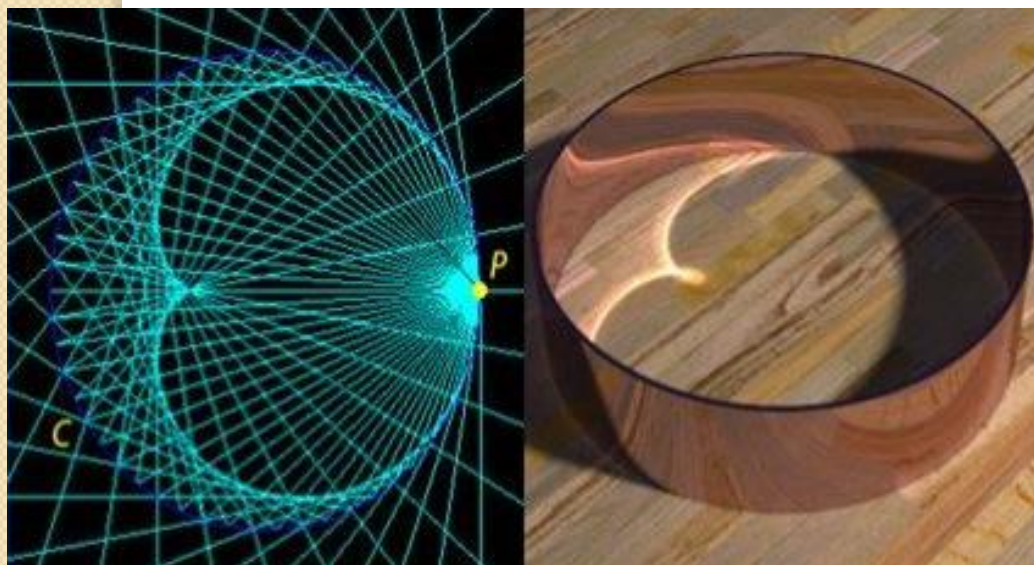
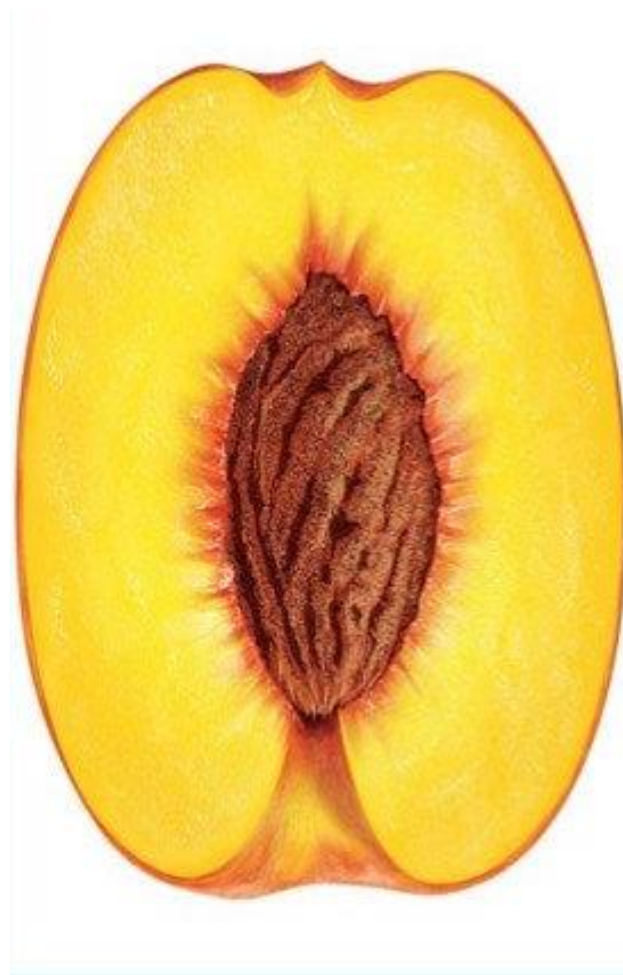


КАРДИОИДА

Вырежьте два одинаковых картонных круга. Один из них закрепите неподвижно. Второй приложите к первому, отметьте на его краю точку А, наиболее удаленную от центра первого круга (рис.8а). Прокатите без скольжения подвижный круг по неподвижному и наблюдайте, какую линию опишет точка А. Начертите эту линию.

Это **кардиоида** (рис.8б). Такое название она получила из-за сходства с сердцем.





**Примеры кардиоиды
из жизни**

ЦИКЛОИДА

Представьте, что по прямой линии без скольжения катится круг. Проследите за траекторией, которую опишет при этом точка А, взятая на окружности этого круга (рис.9а). Начертите получившуюся кривую.

Она называется **ЦИКЛОИДОЙ** (рис.9б).

Рассмотрим одно из свойств циклоиды.

Давно математики пытались решить такую задачу: какой формы должен быть гладкий желоб, соединяющий две точки А и В (А выше, чем В), чтобы гладкий металлический шарик скатился по этому желобу из точки А в точку В под действием своего веса за кратчайшее время? Некоторые ученые думали, что он должен быть прямолинейным. Великий итальянский физик, астроном и математик Галилео Галилей думал, что может быть желоб следует выгнуть по дуге окружности? Нет, Галилей ошибался. В 1696г. Швейцарский математик Иоганн Бернулли установил, что желоб должен быть выгнут по циклоиде, опрокинутой вниз (рис.9в).

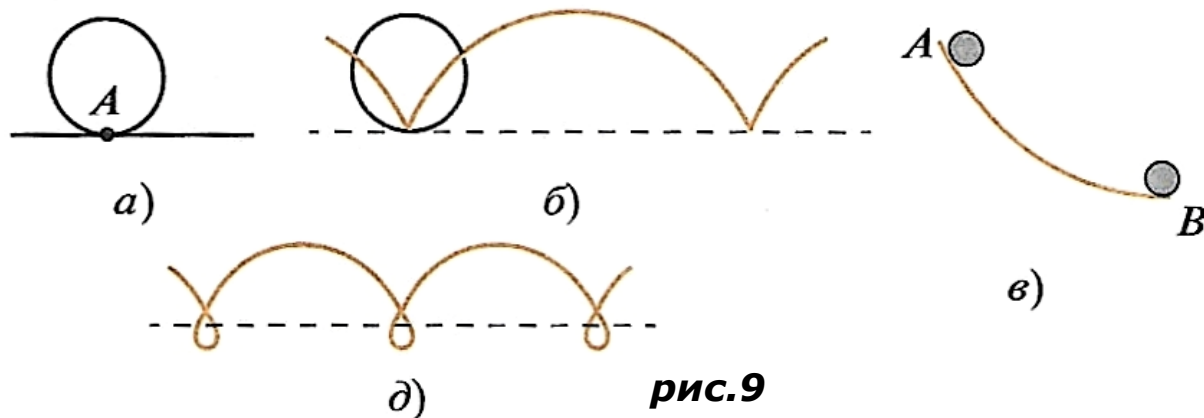


рис.9

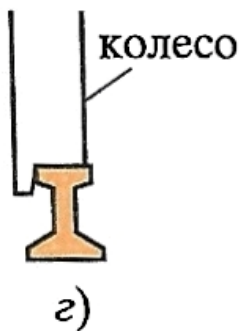


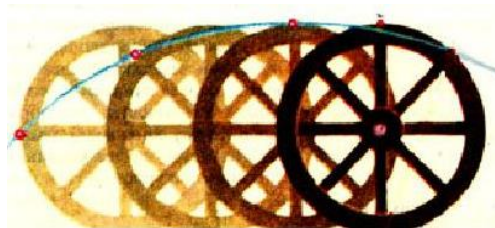
рис.9

В связи с циклоидами связан один интересный парадокс. Допустим, что пассажирский поезд едет из Москвы в Киев. Оказывается, в каждый момент времени в этом поезде, более того, в каждом вагоне есть точки, движущиеся в обратном направлении. Как не удивительно, но это так. Все дело в устройстве железнодорожных колес. Если смотреть вдоль рельсов, то можно увидеть выступ на колесе (рис.9г), который опускается ниже рельса. Роль этого выступа очень велика, он не позволяет колесам сойти с рельсов. Так вот, самая нижняя часть колеса, находящаяся ниже его опорной точки, движется в направлении, обратном движению всего колеса.

Если выбрать крайнюю точку колеса, то линия, описываемая ею, будет выглядеть, как на рис.9г. Обратное движение эта точка совершает в нижних частях маленьких петель.

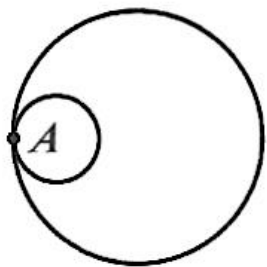


Художественный музей
Кимбелла, штат Техас, США

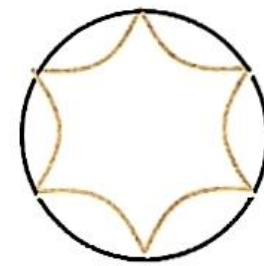


Библиотека Святой Женевиьевы,
Франция

ГИПОЦИКЛОИДА



а)



б)

рис.10

Возьмите кусок толстого картона и вырежьте в нем круг радиусом 12 см. Из того же материала вырежьте три круга радиусами 4 см, 3 см и 2 см. Положите кусок картона с вырезанным в нем отверстием на лист бумаги, вложите в этот вырез первый из трех кружков, чтобы он касался края, и отметьте на окружности маленького круга точку (рис.10а). Проследите за тем, какую линию опишет отмеченная точка, когда кружок покатится по окружности выреза без скольжения. Прodelайте то же самое со вторым и третьими кругами.

Получившиеся линии – **ГИПОЦИКЛОИДЫ** (рис.10б).

Во что превратится гипоциклоида, если радиус меньшего круга равен 6 см, а большего – 12 см? Как выглядит гипоциклоида для кругов с радиусом 8 см, 9 см и 10 см?

Примеры гипоциклоиды



на зонтике



на потолочной плитке



в архитектуре



на паутине



на ручке крана



морская звезда

***Спасибо
за
внимание!***